



TITLE:

# 平板の後流における速度変動の非線形干渉 (統計流体力学における近似解法の研究会報告集)

AUTHOR(S):

佐藤, 浩

---

CITATION:

佐藤, 浩. 平板の後流における速度変動の非線形干渉 (統計流体力学における近似解法の研究会報告集). 数理解析研究所講究録 1970, 80: 64-70

ISSUE DATE:

1970-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/108011>

RIGHT:

## 平板の後流における速度変動 の非線形干渉

東大 宇宙航空研 佐 藤 浩

### 1. は し が き

層流に与えられた攪乱が発達するか、減衰するかということは、攪乱の振幅が小さいときは、線形安定理論で判定することができる。そして、理論の結果は実験結果とよく一致する。このことは、境界層、噴流、後流など、いろいろな流れについてたしかめられている。

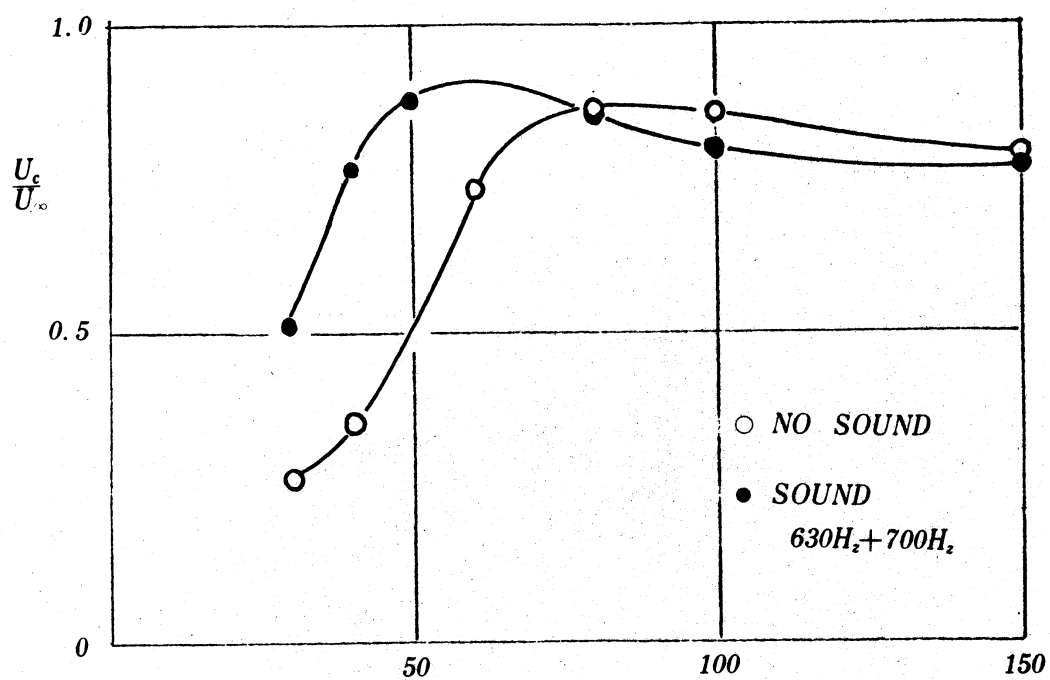
与えられた攪乱の振幅が大きいとき、あるいは小さな攪乱がある大きさにまで発達したときは線形理論は無意味である。また、実験的にも、攪乱の発達が exponential 形でないことが知られている。この、いわゆる非線形領域では、理論も実験もきわめて不十分である。いろいろな流れ場のうち、ここでは自由流、すなわち流れ場の中に固定壁が存在しない場合、しかも特に流れに平行に置かれた薄い平板の後流の非線形領域において得られた二・三の実験結果について述べる。ただし、非線形領域の構造は流れ場によって異なっており、平板の後流について得られた知見をあらゆる流れ場に共通なもののように拡張解釈することは適当でない。

### 2. スペクトル成分の非線形干渉

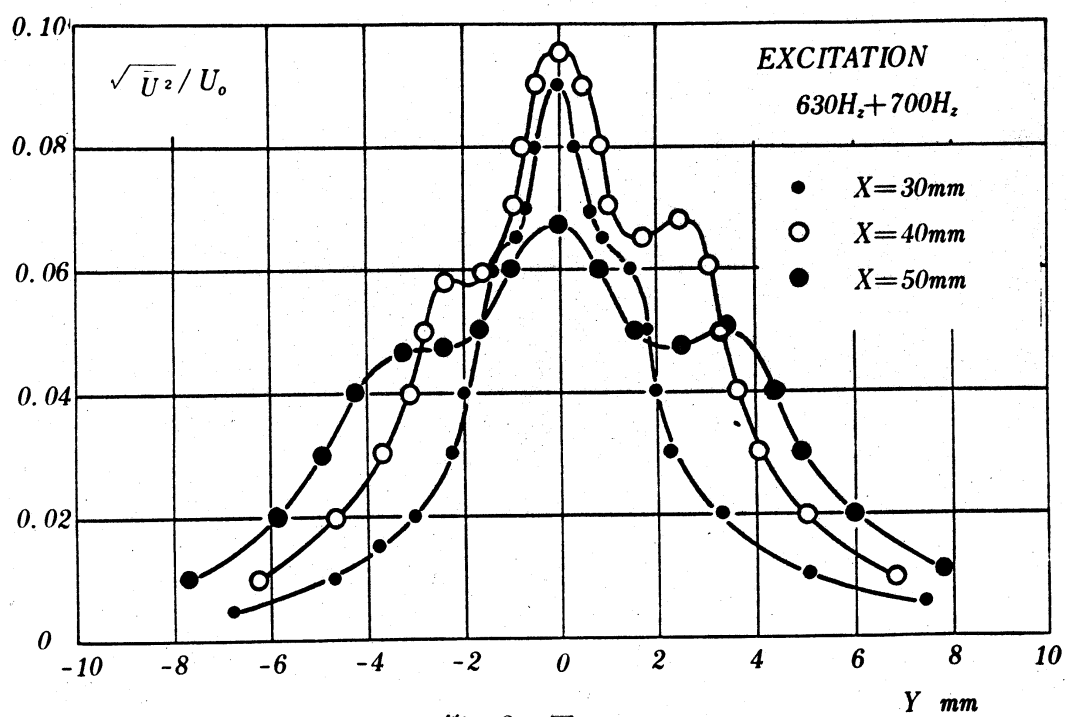
線形理論の成立つ領域では、いろいろな波数のスペクトル成分は独立して振舞うが、非線形領域では、それが互に干渉するという特徴がある。このことを実験的に実現するために、層流後流に2つの周波数を持つ音を導入した。音は流体力学的には、ごく弱い攪乱であり、それが2次元的な速度変動を誘起することはすでに知られている。<sup>(1)</sup> ここでは  $630\text{ Hz}$  と  $700\text{ Hz}$  の音を用いる。この2つの周波数は、線形領域ではよく増巾される範囲に入っている。音の相対的な強さを調節して誘起される速度変動の強さが、ほぼ等しいようにして相互干渉を測定する。

まず、速度の時間的平均を測定した。特に中心線、 $y=0$ （流れはこの線に関して対称）での値（ $U_c$ ）が流れの方向（ $X$ 方向）にどのように変るかを見たのが第1図である。参考の為に音を入れた

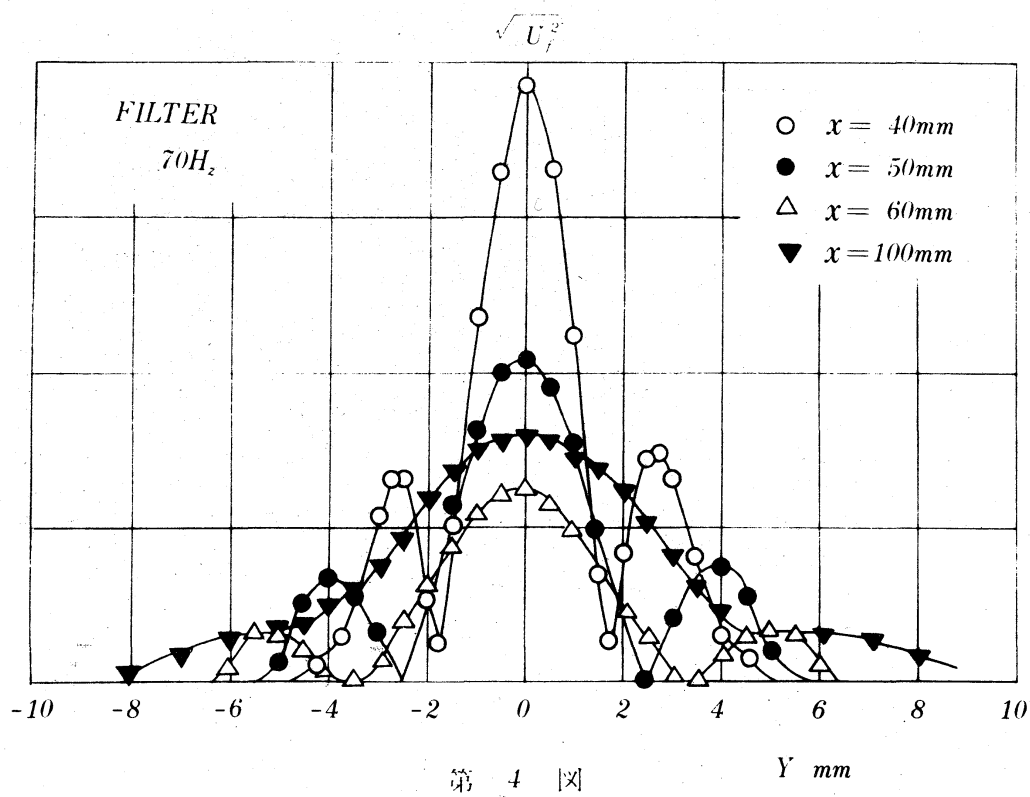
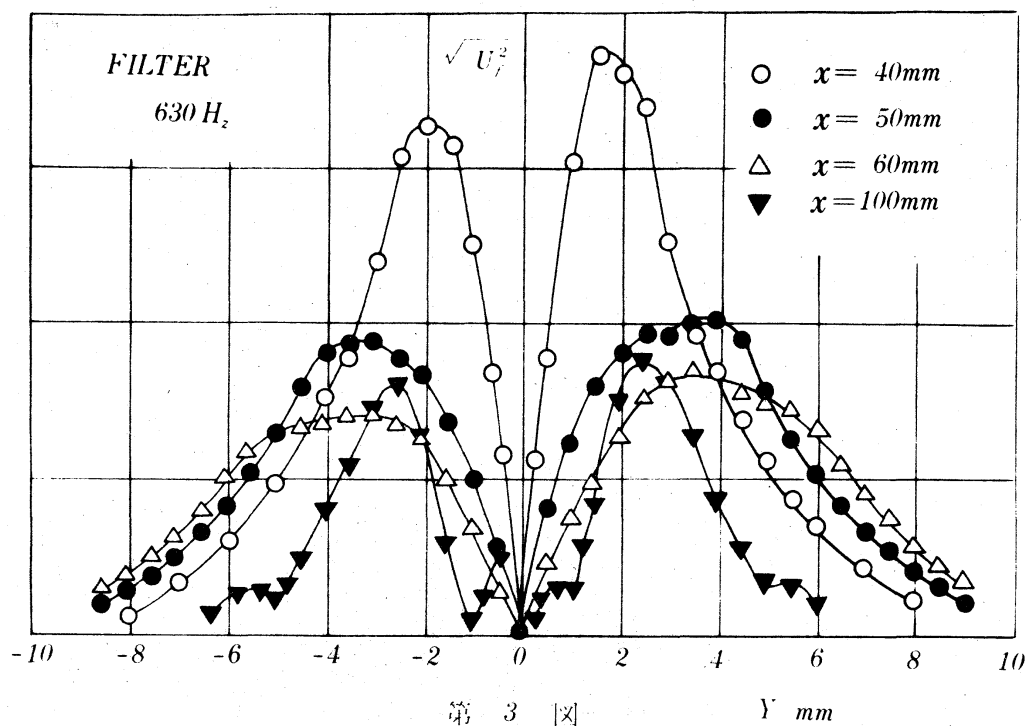
(1) H Sato & K.Kuriki: Journal of Fluid Mechanics, Vol.11, P. 321-351 (1961)

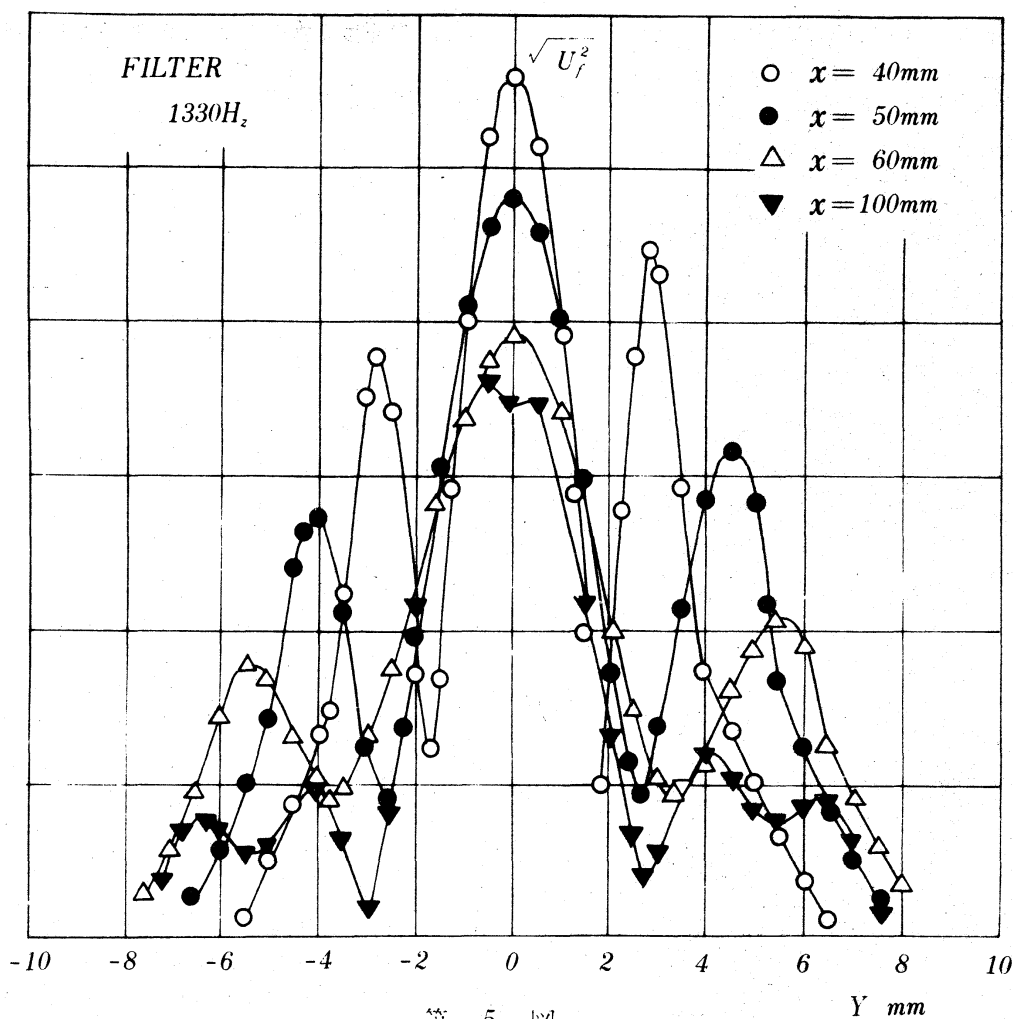


第 1 图  $X$  (mm)



第 2 图  $Y$  mm





第 5 図

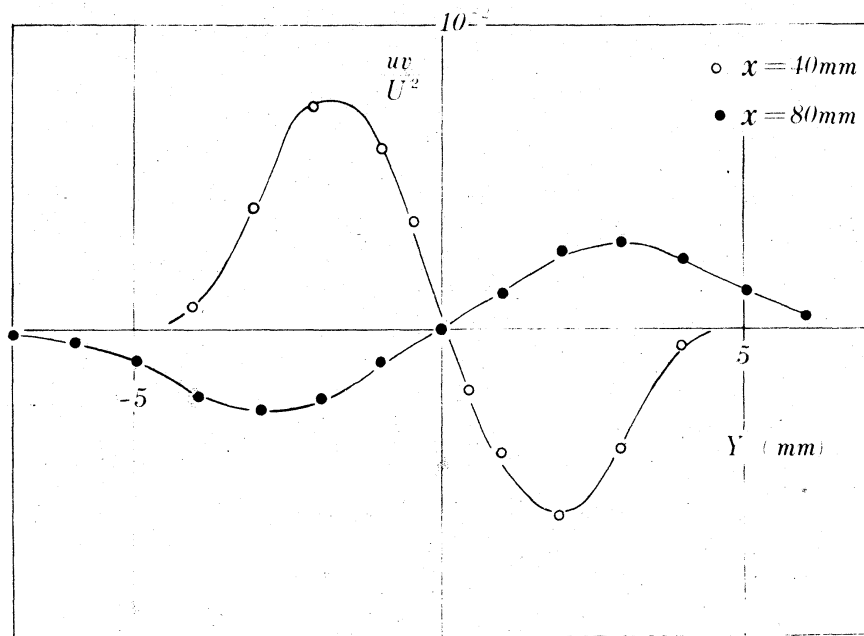
いとき(自然遷移)の結果も書入れた。音を出すと、上流の方で $U_c$ がいちじるしく変化する。 $X=30\sim 40\text{ mm}$ で $U_c$ は急激に増加するが $X=60\text{ mm}$ で頭打ちとなり $X=120\text{ mm}$ ぐらいまでは、減少してのちゆるやかに増加に移る。この $U_c$ の $X$ 方向への減少は特異なものであって、非線形干渉の効果と考えられる。音のない場合でも同様なことが見られる。流れ方向の速度変動の大きさを示したのが、第2図であって、 $X=10\text{ mm}$ で中心線上の値は最大であり、 $X$ が大きくなるにつれて巾が広がっている。速度変動の波形をみれば、この $\sqrt{u^2}$ の分布は、いろいろなスペクトル成分が重畳してでき上がっていることがわかる。成りとして与えられた音の $630\text{ Hz}$ と $700\text{ Hz}$ のあるのは当然として、その差の $70\text{ Hz}$ 、和の $1330\text{ Hz}$ 、差のharmonicsの $140, 210, 280\text{ Hz}$ ……が存在するのが見られる。また

これらの成分は、 $630\text{ Hz}$ と $700\text{ Hz}$ は中心線に関して逆対称，その他は対称であることがわかった。その例を第3，4，5図に示す。 $70\text{ Hz}$ や $1330\text{ Hz}$ の速度変動は，線形理論によれば非常に弱く増大するか，あるいは減衰すべきものであって，これらが強くあらわれていることは，非線形干渉によるものと考えざるを得ない。

流れ場がほぼ2次元的であることを仮定すれば， $U_c$ とReynolds stress  $\overline{uv}$ の間には，近似的に

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{U_c^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \overline{uv} = 0$$

の関係が成立つ。 $\overline{uv}$ は $y=0$ では対称の考えから zero の筈だから， $\partial U_c / \partial x$ が正か負かによって中心から少しはなれた点の $\overline{uv}$ は，符号を変える筈である。このことは， $\overline{uv}$ の実測によって実際にたしかめられた(第6図)。 $X=40\text{ mm}$ は， $\partial U_c / \partial x > 0$ に対応し， $X=80\text{ mm}$ では $\partial U_c / \partial x < 0$ である。主流のエネルギーが乱れのエネルギーに変換される割合，即ち，いわゆる発生項は $-\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}$ によって与えられ， $y>0$ で $\partial U / \partial y > 0$ だから $X=40\text{ mm}$ において発生は正であ



第 6 図

るが、 $X=80\text{ mm}$  では発生は負、即ち乱流エネルギーは主流のエネルギーに返される。粘性によるエネルギー損失を見積ってみると、それは非常に小さいことがわかり、乱れエネルギー ( $\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}$ ) は、負発生によって減少していることが結論される。これもまた非線形干渉の一つの効果である。

速度変動はさきに見たように、いろいろなスペクトル成分から成立っている。その各々の成分について  $\overline{uv}$  を測定してみると  $630\text{ Hz}$ 、 $700\text{ Hz}$  成分については  $\overline{uv}$  の大きさと符号は全体の  $\overline{uv}$  と類似しており、 $70$ 、 $140\text{ Hz}$  ……などの成分は、ほとんど  $\overline{uv}$  を持っていないことが分る。 $630\text{ Hz}$ 、 $700\text{ Hz}$  の成分は、主流とエネルギーのやりとりをして、大きくなったり小さくなったりしているが  $70\text{ Hz}$  などの成分の消長は、主流と直接の関連はないことがうかがわれる。また  $70\text{ Hz}$  などの成分は、 $v$ 、 $w$  の変動の中にはほとんど見られない。即ちほとんど一方向（流れの方向）的変動である。

### 3. randomness の起源

線形領域、非線形領域で速度変動がどのように増大、減衰しようとも、最初に与えられたものが周期的である限り、過程はすべて決定論的であって、非常に不規則で、でたらめな点を特徴とする乱流に移り変わることはありえないように見える。実験を行なう立場から見ると、装置がいかに精密に作られていても“雑音”は常に存在していて、それが乱流の“芽”になりうるであろうが、我々の実験では、例えば、流れの残存乱れは  $10^{-3}$  以下におさまっている。このような小さな雑音が全面的な乱流にまで成長するには、何らかの“randomness の増巾”の機構がなくてはならない。そのことについて我々は面白いことを見出した。

外部から何も人工的な攪乱を与えなくても、後流は約  $X=800\text{ mm}$  で、ほぼ乱流になってしまう。それに先立って、 $X=100\text{ mm}$  の付近でゆるやかな変動が現われる。この変動は、 $Y=0$  即ち中心線の近所にだけあり、また  $v$ 、 $w$  の中には、この種のものは無い。自然遷移のときは線形領域では、ほぼ  $630\text{ Hz}$  の、線形理論によれば増巾率の最大な成分が卓越しており、非線形領域では中心線付近に高調波  $1260\text{ Hz}$  成分があらわれる。低い周波数での  $u$  のスペクトルを測ると  $40\sim60\text{ Hz}$  にゆるい peak を持ち、 $200\text{ Hz}$  あたりでほとんどなくなるような曲線が得られる。この部分を殆んど含むような、鈍い帯域濾波器を用いて、この低周波成分の性質をしらべてみると、非常に多くの点で、音を2つ出した場合の  $70\text{ Hz}$  成分のものと似ていることがわかった。波形の変化を流れの方向にたどってみ

ると、この低周波成分は不規則な乱流的波形を作ってゆく上に欠くべからざるもののように見える。そして、この成分の発生こそが randomness の起源であり、また randomness の増巾の過程を物語っているといえよう。自然遷移においては、流れの中に残存する乱れ（雑音）のうち  $630\text{ Hz}$  成分を中心として選択的に増巾されるが、そのうち、お互の差の周波数に相当する成分が非線形干渉によって発生する。それが例えば  $40\text{ Hz}$  であるとしてみると、例えば  $630\text{ Hz}$  の雑音成分の代りにたまたま  $631\text{ Hz}$  のもの（ゆらぎとして  $1/600$ ）が増巾された瞬間があったとすれば  $40\text{ Hz}$  のものは  $41\text{ Hz}$ （ゆらぎとして  $1/40$ ）になる。これは明らかに randomness の増巾であって、2つの音による遷移は、より複雑な自然遷移の場合の簡単化になっていることがわかる。 $70\text{ Hz}$  成分には更に高調波があり、それらも干渉し得ることを考えれば、後流における乱れへの遷移も理合し易いものとなるであろう。

#### 4. む す び

非線形問題を理論的に扱う研究会において述べた、これらの若干の実験的事実が、理論の発達に寄与して欲しいものである。ここに記した事柄は、もっといいねいな形で、近く、東大宇宙航空研究所レポート（英文）および *Journal of Fluid Mechanics* に印刷される予定である。